巨視変数としての1次元永久電流の減衰と揺らぎ(Bethe格子,基研研究会報告)

AUTHOR(S):

大畠, 永生

巨視変数としての1次元永久電流の減衰と揺らぎ

青学大 理工　　大畠永生

序言　1次元或は2次元超伝導体における揺らぎの研究は，1965年頃から行われるようになり，京都で行われたLT12(1970年)の頃その最盛期に達した観があった。そのように「時代遅れ」の話題を今更取上げるのは，以前のような低温物理学の観点からではなく，非平衡非線型の統計力学の観点から見ることを意図するからである。最近 van Kampen[1] 或は東大理学部の久保先生の研究グループ[2]によって，巨視変数の減衰と揺らぎを扱う一般理論が提唱されているが，私はここで，1次元超伝導体における永久電流こそは，現実的な系で van Kampen －久保の理論が当てはまる典型的な例であることを強調して，臨界電流近傍における電流の異常に大きな揺らぎを，実際に計算してお目にかけたい。

よく知られているように，バルクな超伝導体では T_c で急激に抵抗が消失する，或はサンプルの両端の電位差が消失する。ところが Snのホイスカーの結晶のように1次元とみなし得るサンプルでは，このように急激な転移は見られず，転移はある程度($\sim 10^{-3}$ °K)の巾をもって起る。これは，バルクの T_c 以下でも，内部に熱力学的な揺らぎによって ξ(T)程度の長さにわたって常伝導状態の領域が出現し，その部分で永久電流が減衰するからである。Langer と Ambegaokar[3] は，上述の Little[4] の提出した描像に，Ginyburg － Landau 理論に基く明確な数学的表現を与え，Parks と Goff[5] の実験を説明することができた。私の計算はこの Langer － Ambegaokar のモデルに基くものである。

<u>自由エネルギーの極小点と鞍点</u>　G－L自由エネルギーは，適当な変数変換により，

$$F\,[\psi(x)] = \frac{\sigma H_c^2(T)\cdot\xi(T)}{4\pi}\int_{-\ell/2}^{\ell/2} dx\,\left[-|\psi|^2+\frac{1}{2}|\psi|^4+\left|\frac{d}{dx}\psi\right|^2\right] \quad (1)$$

と表わされる。[6〜8] ここで H_c は熱力学的臨界磁場，σ は針金の断面積，ℓ は ξ で規格化した針金の長さである。上式で磁場の効果は $o(\sigma/\lambda^2)$ (λ：磁場侵入度) で無視される (cf.文献3) の Appendix A)。(1)より G－L方程式は

$$(1-|\psi|^2)\psi+\frac{d^2}{dx^2}\psi=0 \text{ 。} \tag{2}$$

自由エネルギーの極小点は，この方程式の，平面波の解によって与えられることが容易にわかる（cf. 文献 3）の Appendix C)。

$$\psi_k = f_k e^{ikx}, \quad f_k^2 = 1-k^2 \text{ 。} \tag{3}$$

ここに，周期的境界条件を課して，$k_n = 2\pi n/\ell$ である。又永久電流は

$$I_k = C J_k H_c^2(T) \cdot \xi(T)/\Phi_0, \quad J_k = f_k^2 k^{6\sim7)} \text{ 。} \tag{4}$$

永久電流には上限があり，$k=1/\sqrt{3} \equiv k_c$ でその上限に達する。これがいわゆる臨界電流である。$k > k_c$ では，平面波の解が自由エネルギーの極小点を与えることは，最早言えなくなる（cf. 文献 3）の Appendix C）。
自由エネルギーの，鞍点における，障壁の高さは（cf. 文献 3)，6) ～ 8)）

$$\Delta F_{\pm}(k) = \Delta F_0(k) \pm \frac{1}{2} \Delta F_1(k) \tag{5}$$

$$\Delta F_0(k) = \frac{\sigma H_c^2(T)\cdot \xi(T)}{8\pi} \left[\frac{8\sqrt{2}}{3}(1-3k^2)^{1/2} + 8k(1-k^2)\left\{\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{1-3k^2}{2k^2}\right)^{1/2}\right\}\right] \tag{6}$$

$$\Delta F_1(k) = \sigma H_c^2(T)\,\xi(T)\, J_k \text{ 。}$$

永久電流の減衰は，体系が熱力学的な揺らぎによって，$\cdots \to k+1 \to k \to k-1 \cdots$ のように，自由エネルギーの障壁をのり越えて，k の小さい状態に移って行くことによって起こると考えるのである。

Master equation と evolution equation　master eq. は

$$\frac{\partial}{\partial t}P(k,t) = -[W(k\to k+2\pi/\ell)+W(k\to k-2\pi/\ell)]P(k,t) + W(k+2\pi/\ell\to k)P(k+2\pi/\ell,t)+W(k-2\pi/\ell\to k)P(k-2\pi/\ell,t) \text{ 。} \tag{7}$$

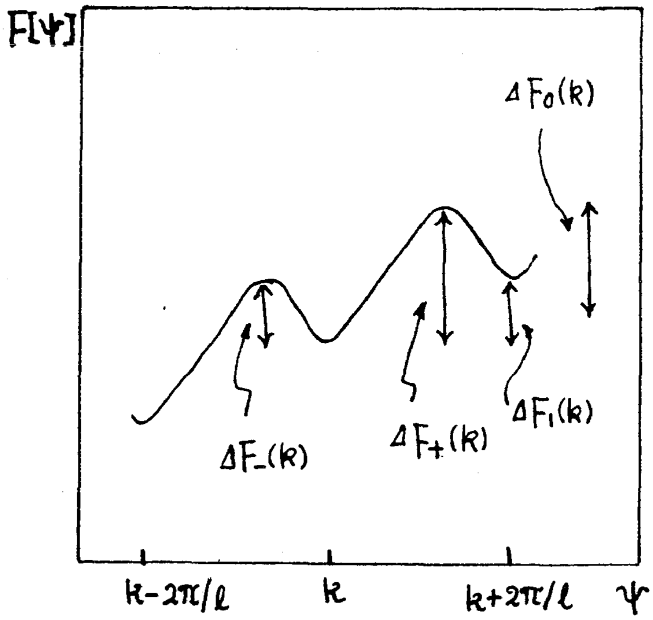
ここに W は遷移確率で

$$W(k\rightarrow k\pm 2\pi/\ell)=\ell\cdot\frac{n\sigma\xi(T)}{\tau}\exp\left[-\left\{\Delta F_0(k)\pm\frac{1}{2}\Delta F_1(k)\right\}/k_BT\right]。\quad(8)$$

nは電子数，τは正常電流の緩和時間であるとみなす。実を言えば，Langer-Ambegaokar の理論の枠内では，exp の前の因子を決定することはできず，この因子をめぐって議論があった。[3),8),9)] しかし今の話に関しては，因子の取り方に依らない。本質的なことは，Wが系の長さℓに比例することである。Van Kampen-Kubo の理論の骨子は，master eq.を「体系の大きさ」の逆巾に Systematic に展開することである。実は Langer-Ambegaokar も同じことをやっているのである。（cf.文献 3)の Appendix B）。今の場合展開パラメタは$2\pi/\ell$である。こうして，永久電流の平均値及び分散の時間的変化は，遷移確率の1次及び2次の能率

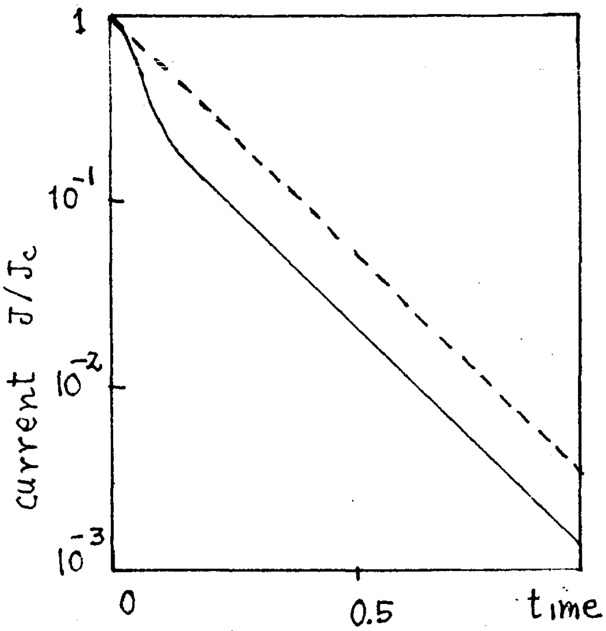
$$C_1(k)=-\frac{4\pi\sigma n\xi(T)}{\tau}\cdot\exp\left[-\Delta F_0(k)/k_BT\right]\sinh\left[\Delta F_1(k)/2k_BT\right]$$
$$C_2(k)=\frac{4\pi\sigma n\xi(T)}{\tau}\cdot\exp\left[-\Delta F_0(k)/k_BT\right]\cosh\left[\Delta F_1(k)/2k_BT\right]\quad(9)$$

によって決定されることがわかる[2)]。紙数がないので，計算の結果を以下に図示するにとどめる。



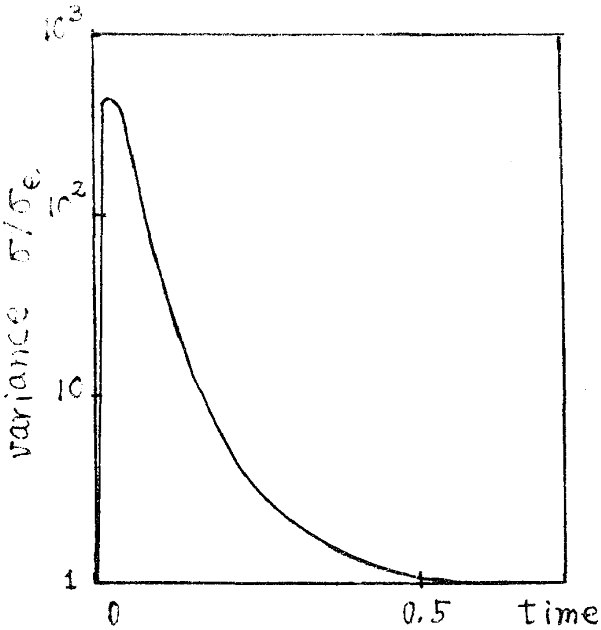
第 1 図

自由エネルギーの山と谷



第 2 図

永久電流の減衰



第 3 図

永久電流の揺らぎ

〔文　献〕

1) N. G. van Kampen : in Fluctuation Phenomena in Solids, R. E. Burgess, Academic Press, New York-London.

2) R. Kubo et al. : J. Stat. Phys. 9 (1973) 51.

3) J. S. Langer and V. Ambegaokar : Phys. Rev. 164 (1967) 498.

4) W. A. Little : Phys. Rev. 156 (1967) 396.

5) R. D. Parks and R. P. Groff : Phys. Rev. Letters 18 (1967) 342.

6) D. E. McCumber : Phys. Rev. 172 (1968) 427.

7) D. E. McCumber : Phys. Rev. 181 (1969) 716.

8) D. E. McCumber and B. I. Halperin : Phys. Rev. B1 (1970) 1054.

9) 川畑有郷：未発表.